

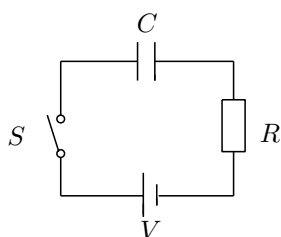
## 物理 第23回 コンデンサー (2)

## 過渡現象

- ① スイッチを入れた直後  $\Rightarrow$  コンデンサーは **導通** 状態  
 ② スイッチを入れてから十分時間がたった後  $\Rightarrow$  コンデンサーは **絶縁** 状態

1

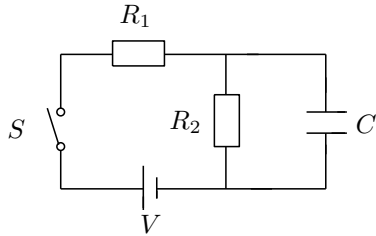
**標準**図のような電気回路がある。 $V$  は電圧  $V$  の電池、 $C$  は電気容量  $C$  のコンデンサー、 $R$  は抵抗値  $R$  の抵抗、 $S$  はスイッチである。はじめコンデンサーには電荷が蓄えられていない。



- (1) スイッチを入れた直後の電流値  $I_0$  を求めよ。
- (2) スイッチを閉じてから十分時間がたったときの電流値  $I_1$  を求めよ。
- (3) スイッチを閉じてから十分時間がたったときまでにコンデンサーに蓄えられた静電エネルギー  $U$  を求めよ。
- (4) スイッチを閉じてから十分時間がたったときまでに抵抗で発生したジュール熱  $J$  を求めよ。
- (5) スイッチを閉じてから十分時間がたったときまでに電池がした仕事  $W$  を求めよ。

2

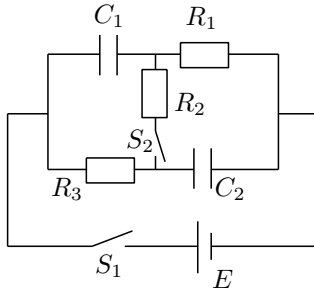
**標準**図のような電気回路がある。 $V$  は電圧  $V$  の電池、 $C$  は電気容量  $C$  のコンデンサー、 $R_1$ 、 $R_2$  は抵抗値  $R$ 、 $2R$  の抵抗、 $S$  はスイッチである。はじめコンデンサーには電荷が蓄えられていない。



- (1) スイッチを入れた直後の電流値  $I_0$  を求めよ。
  
- (2) スイッチを閉じてから十分時間がたったときの電流値  $I_1$  を求めよ。
  
- (3) スイッチを閉じてから十分時間がたったときのコンデンサー極板間の電圧を求めよ。
  
- (4) スイッチを閉じてから十分時間がたったときまでにコンデンサーに蓄えられた全静電エネルギー  $U$  を求めよ。

3

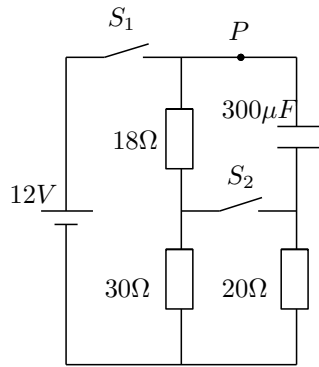
**応用** 抵抗  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ 、コンデンサー  $C_1$ ,  $C_2$  スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  および電池  $E$  からなる回路がある。 $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  の抵抗値はそれぞれ  $2 [\Omega]$ ,  $4 [\Omega]$ ,  $6 [\Omega]$  であり、 $C_1$ ,  $C_2$  の電気容量はともに  $1 [F]$ 、 $E$  は起電力が  $12 [V]$  で内部抵抗が無視できる電池である。最初  $S_1$  は開いており、 $S_2$  は閉じている。(東京電機大)



- (1)  $S_1$  を閉じた瞬間に  $R_2$  を流れる電流はいくらか。また向きはどちらか。
- (2)  $S_1$  を閉じて十分時間がたったとき  $R_2$  を流れる電流はいくらか。また向きはどちらか。
- (3) (2) のとき、 $C_1$  に蓄えられた電荷はいくらか。
- (4) 次に、 $S_1$  と  $S_2$  を同時に開き、十分時間がたった。そのとき  $C_1$  に加わる電圧はいくらか。
- (5) (4) のとき、 $R_1$  で発生する熱量はいくらか。

4

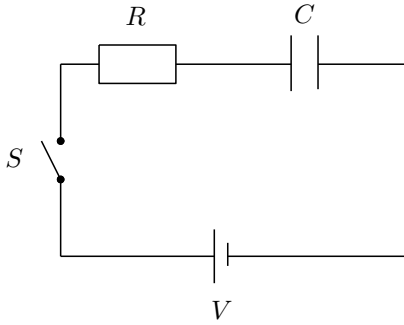
**応用** 抵抗とコンデンサー、スイッチと電池からなる図のような回路がある。電池の内部抵抗は0、はじめ、コンデンサーに電荷は無かった。



- (1)  $S_2$  を開いたまま、 $S_1$  を閉じる。閉じた直後に  $S_1$  に流れる電流はいくらか。
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (2) (1) から十分に長い時間が経過した後に  $S_1$  を開く。その直後に、点  $P$  に流れる電流の向きと大きさを求めよ。
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (3) (2) から十分に長い時間が経過した後に  $S_2$  を閉じて  $S_1$  を閉じる。閉じた直後に  $S_1$  に流れる電流はいくらか。

### RC直列回路

- 5 **応用** 抵抗値  $R$  [ $\Omega$ ] の抵抗と容量  $C$  [ $F$ ] のコンデンサーと電圧  $V$  [ $V$ ] の直流電源とスイッチが直列に接続されている。いまコンデンサーには電荷は蓄えられていない。



- (1) スイッチをいれたとき、この回路を流れる電流を求め、図示せよ。
- (2) スイッチを入れてから十分時間が経つまでの間にコンデンサーに蓄えられた電荷を求めよ。

(3) スイッチを入れてから十分時間が経つまでの間に抵抗で発生したジュール熱を求めよ。

(4) スイッチを入れてから十分時間が経つまでの間に抵抗で発生したジュール熱とコンデンサーに蓄えられたエネルギーと電池がした仕事の間を述べよ。

演習問題

6

**応用** 図1に示すように、起電力  $E$  [V] の電池、電気抵抗  $R_1$  [ $\Omega$ ] の抵抗1、 $R_2$  [ $\Omega$ ] の抵抗2、 $R_3$  [ $\Omega$ ] の抵抗3、電気容量が  $C$  [F] で極板間隔  $d$  [m] の平行板コンデンサー、および2個のスイッチ  $S_1$ 、 $S_2$  からなる回路がある。はじめ2個のスイッチ  $S_1$ 、 $S_2$  は開かれており、コンデンサーには電気量はないものとする。また、電池の内部抵抗は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。ただし、解答には  $E$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $C$ 、 $d$  の中から必要な文字式を用いよ。(九工大)

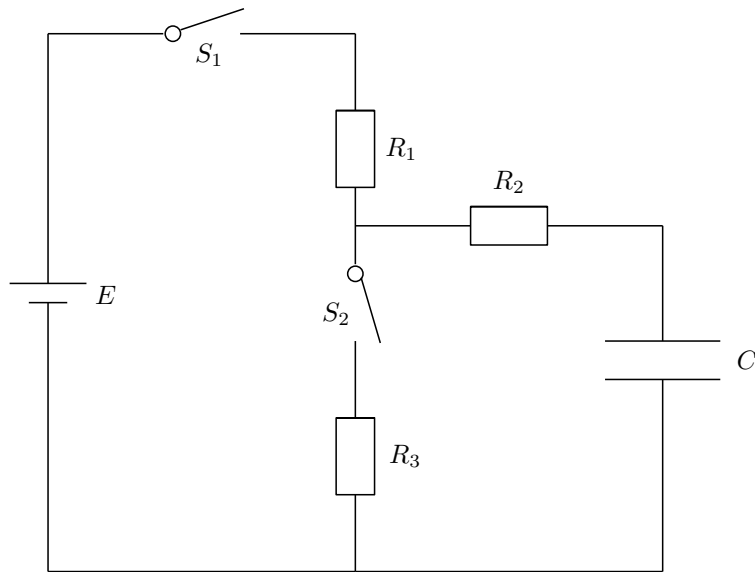


図1

[1] 最初にスイッチ  $S_1$  を閉じる。

(1) スイッチ  $S_1$  を閉じた直後に抵抗1を流れる電流の大きさを求めよ。

(2) スイッチ  $S_1$  を閉じた直後のコンデンサーの両端の電位差を求めよ。

[2] スイッチ  $S_1$  を閉じてから十分に時間が経過した。

(3) コンデンサーにたくわえられた電気量を求めよ。

(4) コンデンサーにたくわえられた静電エネルギーを求めよ。

[3] 次に、スイッチ  $S_1$  を閉じたまま、スイッチ  $S_2$  を閉じる。その後、十分に時間が経過した。

(5) 抵抗 1 を流れる電流の大きさを求めよ。

(6) コンデンサーにたくわえられた電気量を求めよ。

[4] つづいて、スイッチ  $S_2$  を閉じたまま、スイッチ  $S_1$  を開く。

(7) スイッチ  $S_1$  を開いた直後に、抵抗 3 を流れる電流の大きさを求めよ。

(8) スイッチ  $S_1$  を開いてから十分に時間が経過した後、コンデンサーにたくわえられている電気量を求めよ。

[5] その後、スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  をともに閉じてから十分に時間が経過した状態で、コンデンサーの極板間の距離  $d$  [m] をゆっくり  $\frac{d}{2}$  [m] にした。ここで、コンデンサーは真空中に置かれた平行板でできている。

(9) コンデンサーの極板間の距離  $d$  [m] をゆっくり  $\frac{d}{2}$  [m] にする過程において、抵抗 2 に流れた電流の向きと、抵抗 2 を通過した電荷の総和を求めよ。なお、向きを解答する場合は {左から右、右から左} のうち適切な語句を選べ。

(10) コンデンサーの極板間の距離  $d$  [m] をゆっくり  $\frac{d}{2}$  [m] にする操作の代わりに、下記の i ~ vii の操作をするとき、前問 (9) と同じ結果になるのはどの場合か。正しいものをすべて選び、i ~ vii の記号で答えよ。なお、すべての操作はゆっくり行ったものとする。

i. 比誘電率が 2 の物質をコンデンサーの極板間にすきまなく挿入した。



- ii. コンデンサーの2つの極板の面積をそれぞれ2倍にした。
- iii. コンデンサーの極板間の距離を2倍にした。
- iv. 抵抗1の電気抵抗値を2倍にした。
- v. 抵抗2の電気抵抗値を2倍にした。
- vi. 抵抗3の電気抵抗値を2倍にした。
- vii. 電池の起電力を2倍にした。

7

**応用** 図1に示すように、1辺の長さ  $L$  [m] の正方形の電極  $A$  と  $B$  が間隔  $d$  [m] をへだてて、平行板コンデンサーを形成している。ここで、図1 (a) のコンデンサーでは電極間は真空となっている。図1 (b) では、誘電体1が電極間に挿入されている。誘電体1の形状は幅  $L$  [m]、奥行き  $L$  [m]、厚さ  $\frac{d}{2}$  [m] の直方体である。図1 (c) では、誘電体2が電極間に挿入されている。誘電体2の形状は幅  $\frac{L}{2}$  [m]、奥行き  $L$  [m]、厚さ  $d$  [m] の直方体である。真空の誘電率を  $\epsilon_0$  [F/m] とし以下の問いに答えよ。ただし、誘電体1および誘電体2の誘電率は真空の誘電率の  $\epsilon_r$  倍（比誘電率が  $\epsilon_r$ ）とする。また、 $d$  は  $L$  に比べ十分に小さく、電気力線は電極に垂直と考えてよいものとする。（奈良女子大）

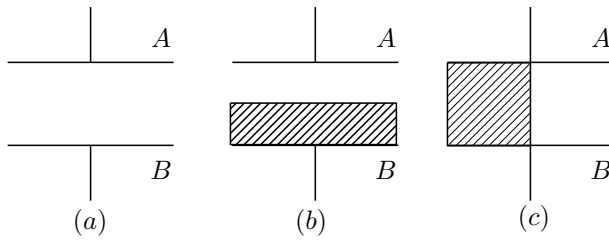


図1

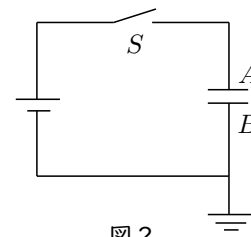


図2

(1) 図1 (a) のコンデンサーの容量  $C$  [F] を求めよ。また、図1 (b)、図1 (c) のコンデンサーの容量  $C_b$  [F],  $C_c$  [F] を  $C$  と  $\epsilon_r$  を用いて表せ。

(2) 図1 (a) のコンデンサー、スイッチ  $S$ 、電圧  $V$  [V] の直流電源を使って図2に示す回路を作った。スイッチ  $S$  を入れ十分時間がたった後、コンデンサーに蓄えられた電荷  $Q$  [C] とエネルギー  $U$  [J] を  $C$  と  $V$  を用いて表せ。

(3) この状態でスイッチ  $S$  を入れたまま、誘電体 1 を挿入し、コンデンサーを図 1 (b) の状態にしたあと、十分に時間がたったとする。

i. コンデンサーに蓄えられたエネルギー  $U_b$  [J] を  $U$  と  $\epsilon_r$  を用いて表せ。

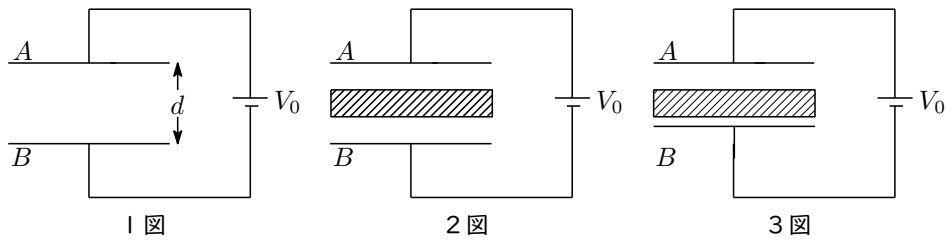
ii. 電極  $A$  と誘電体 1 の間の電場の強さ  $E_1$  [V/m]、および誘電体 1 内での電場の強さ  $E_2$  [V/m] を  $V$ ,  $d$ ,  $\epsilon_r$  を用いて表せ。

iii.  $\epsilon_r = 2$  の場合のコンデンサー内の電位を、位置  $y$  [m] の関数として図に描け。ただし、電極  $A$  の位置を  $y = d$ 、電極  $B$  の位置を  $y = 0$ 、電極  $B$  の電位を 0 [V] とする。

(4) さらにスイッチ  $S$  を切ったあと、誘電体 1 を取り除き、かわりに誘電体 2 をゆっくり挿入し、コンデンサーを図 1 (c) の状態にした。このとき、コンデンサーに蓄えられたエネルギー  $U_c$  [J] を  $U$  と  $\epsilon_r$  を用いて表せ。

8

**応用**図のように空气中で平行平板コンデンサーの極板を  $A$ ,  $B$  とし、その間隔を  $d$  とする。 $d$  は極板の大きさに比べて十分小さいものとする。このコンデンサーの電気容量を  $C_0$  としよう。これに起電力  $V_0$  の電池を接続する。このとき極板  $A$  に現れる電荷を  $q_0$  とする。このコンデンサーの中に、広い面の形状および大きさが  $A$ ,  $B$  と同じで厚さが  $\frac{d}{3}$  の金属板  $M$  を2図の位置に、平行にかつ正しく重なるように挿入して  $A$ ,  $B$  間を仕切る。(静岡大)



(1)  $A$  に現れる電荷は元の電荷  $q_0$  の何倍になるか。

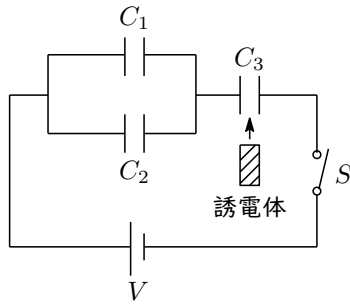
(2) このときの  $A$ ,  $B$  間の任意の位置 ( $B$  からの距離で表す) の電位を  $B$  を基準にとってグラフで表せ。

(3) このコンデンサーに蓄えられるエネルギーは元のエネルギーの何倍になるか。

(4) 次に3図のように  $A$ ,  $M$  はそのままにし、 $B$  を平行のまま  $M$  に近づけてゆき  $M$ ,  $B$  間の距離が  $\frac{d}{9}$  になったとき、 $A$  に現れる電荷は  $q_0$  の何倍になるか。

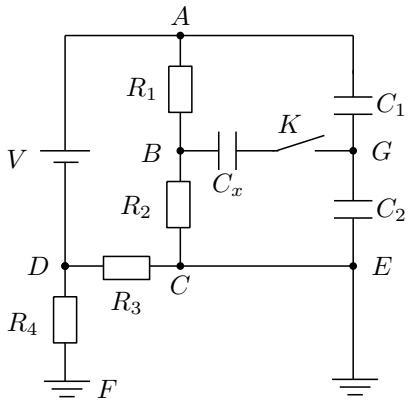
9

**応用**真空中で電気容量  $C$ ,  $2C$ ,  $3C$  の3つの平行板コンデンサー  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  と起電力  $V$  の電池およびスイッチ  $S$  を、図のように接続した回路がある。このとき、いずれのコンデンサーにも電気量は蓄えられていないものとして、以下の問いに答えよ。(日大)



- (1) スイッチを閉じたとき、コンデンサー  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  のそれぞれに蓄えられる電気量を求めよ。
- (2) ここで、比誘電率  $k$  の誘電体をコンデンサー  $C_3$  の極板間にすきまなくさし入れた。コンデンサー  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  のそれぞれに蓄えられる電気量を求めよ。
- (3) 次に、スイッチを開いてから、誘電体をコンデンサー  $C_3$  の極板間からゆっくり取り去った。このときのコンデンサー  $C_3$  の極板間の電位差を求めよ。
- (4) (3) の操作をしたのち3つのコンデンサーに蓄えられている全静電エネルギーは、(1) の場合に蓄えられている全静電エネルギーの何倍か。

- 10 **応用** 図のように電池  $V$ 、抵抗  $R_1, R_2, R_3, R_4$ 、コンデンサー  $C_1, C_2, C_x$  からなる回路がある。 $E, F$  は接地されており、地面の電位は  $0$  [V] で抵抗は無いものとする。電池  $V$  の起電力は  $100$  [V] で、その内部抵抗は無視でき、 $R_1 = 10$  [ $k\Omega$ ],  $R_2 = 30$  [ $k\Omega$ ],  $R_3 = R_4 = 20$  [ $k\Omega$ ],  $C_1 = 3.0 \times 10^{-3}$  [ $\mu F$ ],  $C_2 = 2.0 \times 10^{-3}$  [ $\mu F$ ] である。 $C_x$  は容量のわからない平行平板空気コンデンサーである。スイッチ  $K$  は開かれている。



- (1) 抵抗  $R_1$ 、および  $R_4$  を流れる電流  $I_1, I_4$  は何 [ $mA$ ] か。

- (2)  $A, B, D, G$  各点の電位  $V_A, V_B, V_D, V_G$  は何 [V] か。

次にスイッチ  $K$  を閉じたところ、 $G$  点の電位は  $54$  [V] になった。

- (3)  $C_x$  は何 [ $\mu F$ ] か。

ここで、 $C_x$  の平行平板空気コンデンサーに極板と同じ形の金属板を極板に平行に完全に挿入したところ、 $G$  点の電位は  $57 [V]$  になった。

- (4) 金属板の厚さは極板の間隔に比べてどれほどか。

また、金属板の代わりに、極板の間隔と等しい厚さの比誘電率  $3.0$  の誘電体を極板間の一部に挿入したところ、 $G$  点の電位は  $56 [V]$  になった。

- (5) 誘電体が挿入されている部分の面積は、全極板面積のどれほどか。

23. コンデンサー (2) 解答

- 1 (1)  $\frac{V}{R}$   
 (2) 0  
 (3)  $\frac{1}{2}CV^2$   
 (4)  $\frac{1}{2}CV^2$   
 (5)  $CV^2$
- 2 (1)  $\frac{V}{R}$   
 (2)  $\frac{V}{3R}$   
 (3)  $\frac{2}{3}V$   
 (4)  $\frac{2}{9}CV^2$
- 3 (1) 3 [A] 下向き  
 (2) 1 [A] 上向き  
 (3) 10 [C]  
 (4) 8 [V]  
 (5) 1 [J]
- 4 (1) 0.85 [A]  
 (2) 左向き 0.18 [A]  
 (3) 1.0 [A]
- 5 (1)

$$RI + \frac{1}{C} \int Idt = V$$

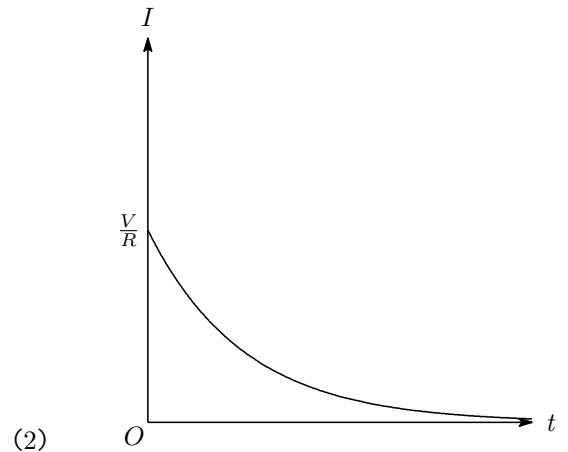
$$RI' + \frac{I}{C} = 0$$

$$I' = -\frac{1}{RC}I$$

$$I = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

これに初期条件  $t = 0, I = \frac{V}{R}$  を代入して

$$I = \frac{V}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$



$$(2) \quad Q = \int_0^{\infty} Idt = CV$$

(3)

$$W = \int_0^{\infty} RI^2 dt = \int_0^{\infty} \frac{V^2}{R} e^{-\frac{2}{RC}t} dt = \left[ -\frac{CV^2}{2} e^{-\frac{2}{RC}t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{2}CV^2$$

(4) 抵抗で発生したジュール熱  $\frac{1}{2}QV$  とコンデンサーに蓄えられたエネルギー  $\frac{1}{2}QV$  の和が電池がした仕事  $QV$  に等しい。

- 6 (1)  $\frac{E}{R_1+R_2}$  [A]  
 (2) 0 [V]  
 (3)  $CE$  [C]  
 (4)  $\frac{1}{2}CE^2$  [J]  
 (5)  $\frac{E}{R_1+R_3}$  [A]  
 (6)  $\frac{R_3}{R_1+R_3}CE$  [C]  
 (7)  $\frac{R_3E}{(R_1+R_3)(R_2+R_3)}$  [A]  
 (8) 0 [C]  
 (9) 電流の向き：左から右  
 電荷の総和： $\frac{R_3}{R_1+R_3}CE$  [C]  
 (10) i, ii, vii

7

(1)

$$C = \frac{\epsilon_0 L^2}{d}$$



$$C_b = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1}C$$

$$C_c = \frac{\epsilon_r + 1}{2}C$$

(2)

$$Q = CV$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

(3) i.

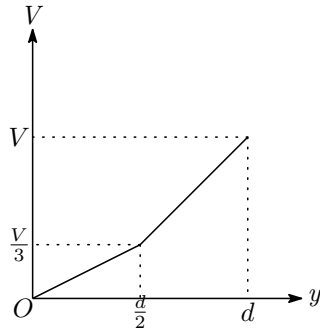
$$U_b = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1}U$$

ii.

$$E_1 = \frac{2\epsilon_r V}{(\epsilon_r + 1)d}$$

$$E_2 = \frac{2V}{(\epsilon_r + 1)d}$$

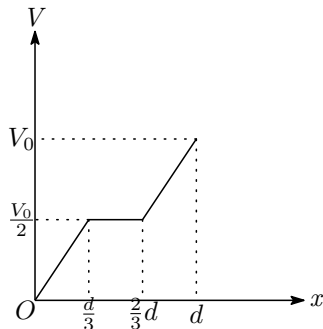
(4) iii.



$$U_C = \frac{8\epsilon_r^2}{(\epsilon_r + 1)^3}U$$

8

(1)  $\frac{3}{2}$  倍



(2)

(3)  $\frac{3}{2}$  倍

(4)  $\frac{9}{4}$  倍

9

(1)  $C_1 : \frac{1}{2}CV$

$C_2 : CV$

$C_3 : \frac{3}{2}CV$

(2)  $C_1 : \frac{k}{k+1}CV$

$C_2 : \frac{2k}{k+1}CV$

$C_3 : \frac{3k}{k+1}CV$

(3)  $\frac{k}{k+1}V$

(4)  $\frac{4k^2}{(k+1)^2}$  倍

10

(1)  $I_1 : 2.0 [mA]$

$I_4 : 1.0 [mA]$

(2)  $V_A : 80 [V]$

$V_B : 60 [V]$

$V_D : -20 [V]$

$V_G : 48 [V]$

(3)  $C_x : 5.0 \times 10^{-3} [F]$

(4) 0.67 倍

(5) 0.50 倍